

Kvantna računala

—

izazov za srednjoškolsku fiziku

-

XII. hrvatski simpozij o nastavi fizike
Zadar, 30. ožujka do 1. travnja 2015.

**

Dubravko Horvat

Zavod za fiziku
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Sveučilište u Zagrebu

Travanj 2015.

Sažetak

Kvantno računalo predstavlja svojevrsnu "superpoziciju" kvantne fizike i računarstva. Pokazuje se da klasična fizika koju đaci slušaju u okviru nastave srednje škole može pružiti dobar uvod u osnove razumijevanja kvantnih principa nužnih za uvođenje kvantnih bitova - qubitova te razumijevanje kvantnih mreža i algoritama.

PREGLED IZLAGANJA

- (Kvantna) fizika i stvarnost.
- Što je kvantni bit ili qubit.
- Osnovne konceptualne komponente kvantnih računala
- Realizacija kvantnog bita ili qubita
- Realizacija kvantnih računala
- Zaključak

Kvantna fizika, realnost i umjetnost

Michelangelo Buonarroti (1475.-1564.) je prezirao slikanje uljem jer je smatrao da ono stvara “magičnu iluziju” koja “oponaša stvarnost” i “proizvodi samo slike realnosti”. On ga je zvao “prevarom stvarnosti” i “prevarom osjetila”.

Kvantna fizika i realnost

N. Bohr: There is no quantum world. There is only abstract quantum physical description. It is wrong to think that the task of physics is to find how nature is. Physics is concerned with what we can say about the nature.

Kvantna fizika, realnost i umjetnost

Michelangelo Buonarroti (1475.-1564.) je prezirao slikanje uljem jer je smatrao da ono stvara “magičnu iluziju” koja “oponaša stvarnost” i “proizvodi samo slike realnosti”. On ga je zvao “prevarom stvarnosti” i “prevarom osjetila”.

Kvantna fizika i realnost

N. Bohr: There is no quantum world. There is only abstract quantum physical description. It is wrong to think that the task of physics is to find how nature is. Physics is concerned with what we can say about the nature.

Kvantna fizika, realnost i umjetnost

Michelangelo Buonarroti (1475.-1564.) je prezirao slikanje uljem jer je smatrao da ono stvara “magičnu iluziju” koja “oponaša stvarnost” i “proizvodi samo slike realnosti”. On ga je zvao “prevarom stvarnosti” i “prevarom osjetila”.

Kvantna fizika i realnost

N. Bohr: There is no quantum world. There is only abstract quantum physical description. It is wrong to think that the task of physics is to find how nature is. Physics is concerned with what we can say about the nature.

Kvantna fizika, realnost i umjetnost

Michelangelo Buonarroti (1475.-1564.) je prezirao slikanje uljem jer je smatrao da ono stvara “magičnu iluziju” koja “oponaša stvarnost” i “proizvodi samo slike realnosti”. On ga je zvao “prevarom stvarnosti” i “prevarom osjetila”.

Kvantna fizika i realnost

N. Bohr: There is no quantum world. There is only abstract quantum physical description. It is wrong to think that the task of physics is to find how nature is. Physics is concerned with what we can say about the nature.

Kvantna fizika, realnost i umjetnost

Michelangelo Buonarroti (1475.-1564.) je prezirao slikanje uljem jer je smatrao da ono stvara “magičnu iluziju” koja “oponaša stvarnost” i “proizvodi samo slike realnosti”. On ga je zvao “prevarom stvarnosti” i “prevarom osjetila”.

Kvantna fizika i realnost

N. Bohr: *There is no quantum world. There is only abstract quantum physical description. It is wrong to think that the task of physics is to find how nature is. Physics is concerned with what we can say about the nature.*

Bit i qubit

Ili:

“Bit ili qubit - pitanje (svih pitanja) je sad!”

- Klasično računalo barata nulama i jedinicama, tj. (klasičnim) bitovima - 0, 1
- Kvantno računalo bi rado istovremeno baratalo s bitovima, odnosno, baratalo bi qubitovima.
- (Pretpostavimo da ćemo jednom imati (pravo) kvantno računalo koje će doista baratati qubitovima!)
- Qubit predstavlja superpoziciju nule i jedinice:
- $0 \rightarrow |0\rangle$ $1 \rightarrow |1\rangle$ pa je qubit $|q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$

Bit i qubit

Ili:

“Bit ili qubit - pitanje (svih pitanja) je sad!”

- Klasično računalo barata nulama i jedinicama, tj. (klasičnim) bitovima - 0, 1
- Kvantno računalo bi rado istovremeno baratalo s bitovima, odnosno, baratalo bi qubitovima.
- (Pretpostavimo da ćemo jednom imati (pravo) kvantno računalo koje će doista baratati qubitovima!)
- Qubit predstavlja superpoziciju nule i jedinice:
- $0 \rightarrow |0\rangle$ $1 \rightarrow |1\rangle$ pa je qubit $|q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$

Bit i qubit

Ili:

“Bit ili qubit - pitanje (svih pitanja) je sad!”

- Klasično računalo barata nulama i jedinicama, tj. (klasičnim) bitovima - 0, 1
- Kvantno računalo bi rado istovremeno baratalo s bitovima, odnosno, baratalo bi qubitovima.
- (Pretpostavimo da ćemo jednom imati (pravo) kvantno računalo koje će doista baratati qubitovima!)
- Qubit predstavlja superpoziciju nule i jedinice:
- $0 \rightarrow |0\rangle$ $1 \rightarrow |1\rangle$ pa je qubit $|q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$

Bit i qubit

Ili:

“Bit ili qubit - pitanje (svih pitanja) je sad!”

- Klasično računalo barata nulama i jedinicama, tj. (klasičnim) bitovima - 0, 1
- Kvantno računalo bi rado istovremeno baratalo s bitovima, odnosno, baratalo bi qubitovima.
- (Pretpostavimo da ćemo jednom imati (pravo) kvantno računalo koje će doista baratati qubitovima!)
- Qubit predstavlja superpoziciju nule i jedinice:
- $0 \rightarrow |0\rangle$ $1 \rightarrow |1\rangle$ pa je qubit $|q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$

Bit i qubit

Ili:

“Bit ili qubit - pitanje (svih pitanja) je sad!”

- Klasično računalo barata nulama i jedinicama, tj. (klasičnim) bitovima - 0, 1
- Kvantno računalo bi rado istovremeno baratalo s bitovima, odnosno, baratalo bi qubitovima.
- (Pretpostavimo da ćemo jednom imati (pravo) kvantno računalo koje će doista baratati qubitovima!)
- Qubit predstavlja superpoziciju nule i jedinice:
- $0 \rightarrow |0\rangle$ $1 \rightarrow |1\rangle$ pa je qubit $|q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$

Dakle, qubit je dan ovako

$$|q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle.$$

a i b su kompleksni brojevi!

Qubit je u stvari kvantnomehanička (valna) funkcija sustava od dva stanja. Ona je, prema kvantnim principima (postulatima), normirana, što znači

$$\langle q|q\rangle = 1 = |a|^2 + |b|^2$$

jer su stanja $|0\rangle$ i $|1\rangle$ međusobno ortogonalna. Interpretacija kvantne funkcije (postulat kvantne mehanike) kaže nam da a i b odgovaraju vjerojatnostima nalaženja kvantnog stanja $|q\rangle$ u stanju $|0\rangle$ ili $|1\rangle$.

Konceptualne komponente kvantnog računala

- Superpozicija stanja: qubit

$$|q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle.$$

je dan kao linearna superpozicija stanja $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Višequbitna stanja su dana superpozicijom dvobitnih stanja

$$|q_2\rangle = a_1|00\rangle + a_2|01\rangle + a_3|10\rangle + a_4|11\rangle \quad \text{itd.}\dots$$

- Reverzibilnost (obratljivost)

Ako $P \rightarrow K$ tada $K \rightarrow P$.

- Mjerenje - projekcija

$$\mathcal{P}(1)|q\rangle = |1\rangle\langle 1|(a|0\rangle + b|1\rangle) = b|1\rangle.$$

Konceptualne komponente kvantnog računala

- Superpozicija stanja: qubit

$$|q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle.$$

je dan kao linearna superpozicija stanja $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Višequbitna stanja su dana superpozicijom dvobitnih stanja

$$|q_2\rangle = a_1|00\rangle + a_2|01\rangle + a_3|10\rangle + a_4|11\rangle \quad \text{itd.}\dots$$

- Reverzibilnost (obratljivost)

$$\text{Ako } P \rightarrow K \quad \text{tada} \quad K \rightarrow P.$$

- Mjerenje - projekcija

$$\mathcal{P}(1)|q\rangle = |1\rangle\langle 1|(a|0\rangle + b|1\rangle) = b|1\rangle.$$

Konceptualne komponente kvantnog računala

- Superpozicija stanja: qubit

$$|q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle.$$

je dan kao linearna superpozicija stanja $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Višequbitna stanja su dana superpozicijom dvobitnih stanja

$$|q_2\rangle = a_1|00\rangle + a_2|01\rangle + a_3|10\rangle + a_4|11\rangle \quad \text{itd.}\dots$$








- Reverzibilnost (obratljivost)

$$\text{Ako } P \rightarrow K \quad \text{tada} \quad K \rightarrow P.$$

- Mjerenje - projekcija

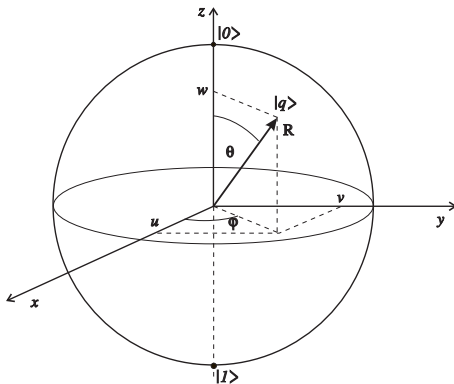
$$\mathcal{P}(1)|q\rangle = |1\rangle\langle 1|(a|0\rangle + b|1\rangle) = b|1\rangle.$$

Realizacije qubita

$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ q\rangle$
		Linearna polarizacija fotona (vertikalna i horizontalna)
		Cirkularna polarizacija fotona (lijevo i desno)
		Spin elektrona (neutrons, protona - gore i dolje)
		Atomska energijska stanja (osnovno i pobuđeno)

Slika 1 - Realizacije qubita

Geometrijski prikaz qubita - Blochova sfera



Slika 2 - Prikaz qubita na Blochovoj (jediničnoj) kugli (polumjera 1).

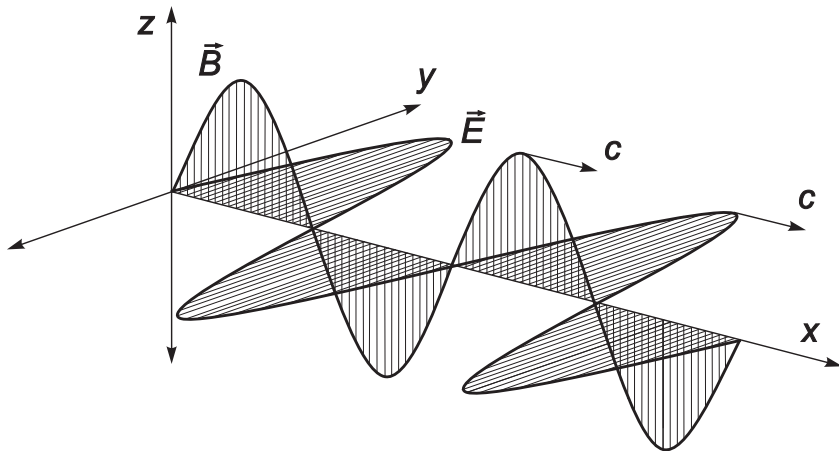
Geometrijski prikaz qubita - Blochova sfera

Qubit možemo prikazati na kugli, prema slici 2. Komponente vektora \mathbf{R} su (u, v, w) ili $(\cos \varphi \sin \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \theta)$, a vrh vektora \mathbf{R} određuje položaj qubita i nalazi se na površini jedinične kugle. Njegova duljina je jednaka jedinici, a to, za sada napišimo ovako $\mathbf{R} \cdot \mathbf{R} = 1$ ili $\langle q|q \rangle = 1$. Njegov je položaj određen s dva kuta θ i ϕ . Kartezijeve komponente vektora i qubita su (u, v, w) , a njihova veza s sfernim komponentama je $(\cos \varphi \sin \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \theta)$ pa vrijedi

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{R} = u^2 + v^2 + w^2 = 1.$$

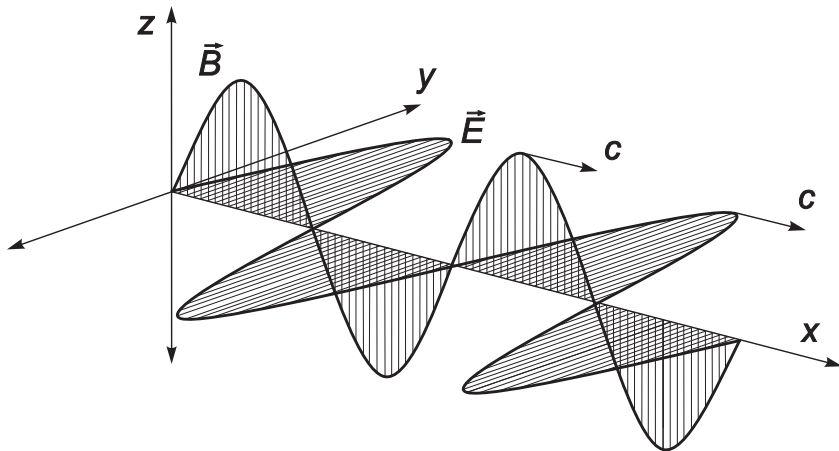
Koordinata $\theta = 0$ ($w = 1$) daje qubit $|0\rangle$ (na "sjevernom polu"), koordinata $\theta = \pi$ ($w = -1$) daje qubit $|1\rangle$ (na "južnom polu"). Stanja qubita $|q\rangle = (|0\rangle + e^{i\varphi}|1\rangle)/\sqrt{2}$ leže "na ekvatoru" ($\theta = \pi/2$), a određena su vrijednošću kuta ϕ u ravnini $(x - y)$.

**Najprivlačnija realizacija qubita za nas
(u srednjoj školi) je polarizirana svjetlost!**



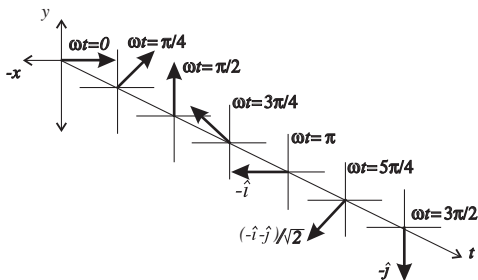
Slika 2 - Elektromagnetski val

**Najprivlačnija realizacija qubita za nas
(u srednjoj školi) je polarizirana svjetlost!**

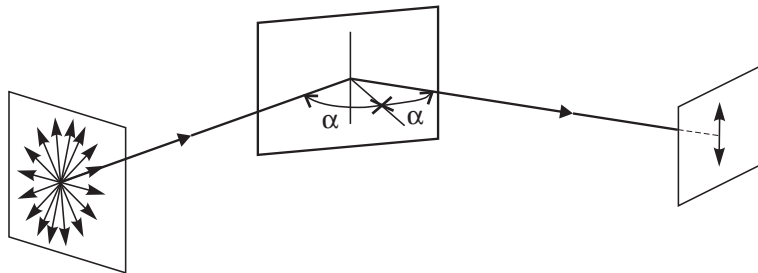


Slika 2 - Elektromagnetski val

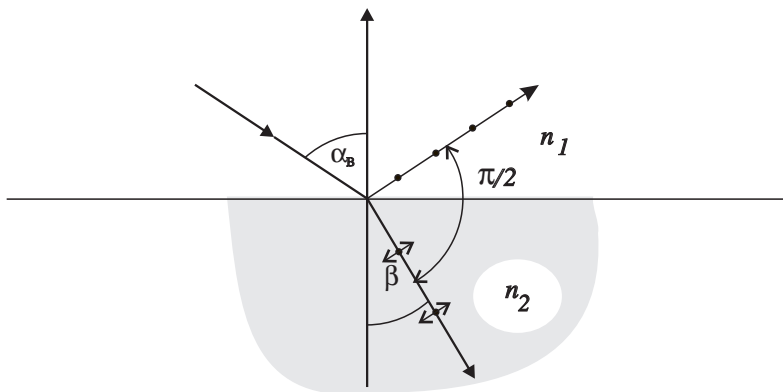
Cirkularna polarizacija svjetlosti



Slika 3 - Desno cirkularno (kružno) polarizirana svjetlost. Smjer rotacije je, kada se gleda prema izvoru, obrnut od kazaljke na satu, pa se radi, po definiciji, o desno cirkularno polariziranoj svjetlosti. Rezultantni vektor električnog polja je u stvari fazor koji rotira u ravnini $z = 0$ kružnom frekvencijom ω .

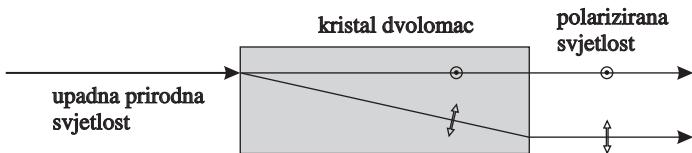


Slika 4 - Polarizacija refleksijom



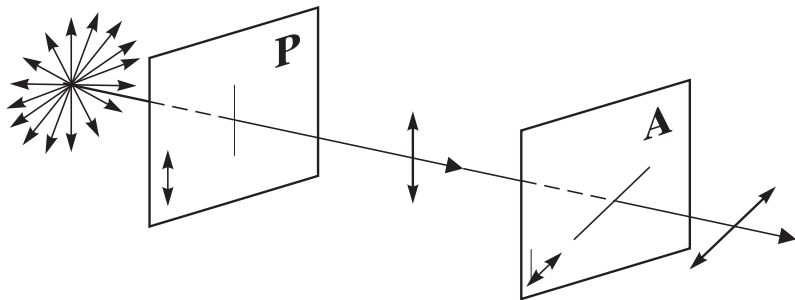
Slika 5 - Polarizacija lomom i refleksijom - Brewsterov zakon odnosno kut.

Polarizacija svjetlosti



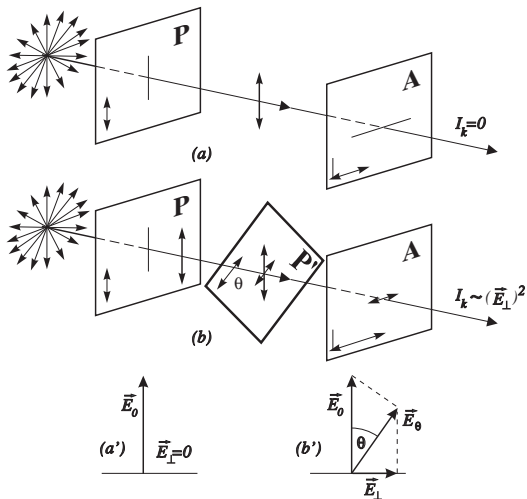
Slika 6 - Skica dvolomnog kristala gdje se prirodna svjetlost dvolomom pretvara u dva snopa linearno polarizirane svjetlosti pri čemu su ravnine polarizacije izlaznih snopova međusobno okomite

Polarizacija svjetlosti



Slika 7 - Polarizacija svjetlosti prolazom kroz polarizator P i analizator A .
Strelice na P i A pokazuju smjer propuštanja - polarizacije

Polarizacija svjetlosti



Slika 8 - Polarizator P i analizador A su u prekrizenom položaju. Izlazni intenzitet I_k jednak je nuli (a). Umetanjem polarizatora P' koji je zakrenut za kut θ (b) inducira se komponenta \vec{E}_θ koja posjeduje komponentu \vec{E}_\perp u smjeru propuštanja analizatora (b'), te izlazni intenzitet nije jednak nuli.

Možemo napisati da horizontalnoj polarizaciji odgovara simbol - matrica $|\leftrightarrow\rangle$, a vertikalnoj polarizaciji simbol - matrica $|\updownarrow\rangle$ i pišemo

$$|\leftrightarrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |\updownarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Superpozicijom vertikalno i horizontalno polariziranih valova dobijemo val polariziran pod kutom $\pi/4$ ili $-\pi/4$

$$|\pi/4\rangle = |\nearrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{i}$$

$$|-\pi/4\rangle = |\searrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\leftrightarrow\rangle - |\updownarrow\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Mjerenje - projekcija polarizirane svjetlosti

Pomoću matrica možemo projicirati pojedine komponente. Horizontalni polarizator poništiti će vertikalni vektor polarizacije $|\uparrow\rangle$, a ostavit će nepromijenjen horizontalni vektor polarizacije $|\leftrightarrow\rangle$.

- Horizontalni polarizator - Jonesova matrica J_H
- Vertikalni polarizator - matrica J_V

$$J_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad J_V = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

i vrijedi

$$J_H|\leftrightarrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$J_H|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$J_V|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$J_V|\leftrightarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Za "kosa" stanja $|\nearrow\rangle$ i $|\searrow\rangle$ na odgovarajući način će se pojcirati komponente. Npr.

$$J_V|\nearrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|\downarrow\rangle = \cos\frac{\pi}{2}|\downarrow\rangle$$

tj. projicirali smo "kosi" vektor polarizacije na vertikalnu os uz "redukciju" za kosinus kuta između osi polarizacije i osi projekcije.

Veličina projicirane komponente odgovara *kvantnomehaničkoj vjerojatnosti* da se realizira tako polarizirani smjer!

To odgovara QM projekcionom operatoru, npr.

$$\mathcal{P}(1)|q\rangle = |1\rangle\langle 1|(a|0\rangle + b|1\rangle) = b|1\rangle$$

gdje je $|b|^2$ vjerojatnost da se qubit $|q\rangle$ nađe u stanju $|1\rangle$.

- Prikazali smo qubit kao linearnu superpoziciju klasičnih bitova 0 i 1.
- Opisali samo osnovne konceptualne komponente kvatnog računanja.
- Pokazali smo neke realizacije qubita.
- Uveli smo polarizaciju svjetlosti kao način prikaza qubita dostupan srednjoškolcima.
- Pokazali smo superpoziciju stanja.
- Pokazali smo projekciju stanja kao proces kvantnomehaničkog mjerenja.
- Sugerirali kako povezati projekciju polarizirane svjetlosti i probabilističku interpretaciju kvantne mehanike.

HVALA!

HVALA!

References

- M. F. Pusey, J. Barrett, and T. Rudolph, *On the Reality of the Quantum State*, Nature Physics **8**, 476-479 (2012).
- Nicholas Harrigan and Robert W. Spekkens, *Einstein, Incompleteness, and the Epistemic View of Quantum States*, Found. Phys. **40**, 125-157 (2010).
- J. Cartwright, *The Life of Psi*, Physics World **26**, 26-31 (2013).
- R. Colbeck and R. Renner, *Is a System's Wave Function in One-to-one Correspondence with its Elements of Reality?*, Phys. Rev. Lett. **108**, 150402 (2012).
- P. G. Lewis, D. Jennings, J. Barrett, and T. Rudolph, *Distinct Quantum States Can be Compatible with a Single State of Reality*, Phys. Rev. Lett. **109**, 150404 (2012).
- M. K. Patra, S. Pironio, S. Massar, *No-go Theorems for ψ -epistemic Models Based on a Continuity Assumption*, arxiv: 1211.1179/quant-ph.